

Vzdělávací obor: Matematika a její aplikace

Očekávaný výsledek učení: MJA-MAT-003-ZV9-009

Konstruuje množiny bodů daných vlastností.

Popis úrovně Splněno

- Žák samostatně navrhne a zapíše přesný a efektivní postup konstrukce trojúhelníku (slovně nebo symbolicky).
- Identifikuje podmínky, za nichž je konstrukce možná.
- Diskutuje různá řešení včetně krajních případů.
- Využívá geometrický software nejen k ověření konstrukce, ale také k zobecnění poznatků (např. jak změna určitého prvku ovlivní tvar trojúhelníku nebo jeho existenci).
- Své závěry formuluje, argumentuje a vizualizuje.

„Trojúhelník pod lupou – verze pro mistry“

Anotace

Žáci si rozvíjejí dovednosti v konstrukci trojúhelníků. Využívají náčrt, promyšlejší vhodný a efektivní způsob řešení, rýsují přesně pomocí pravítka a kružítka, a následně své řešení ověřují a zobecňují v prostředí GeoGebra. Hodina podporuje přesnost, zobecňování, plánování, diskusi o variantách řešení a využití digitálních nástrojů k modelování geometrických vztahů.

Zadání pro žáky

Zadání:

Sestroj trojúhelník ABC, je-li dáno:

- $|AB| = 5 \text{ cm}$
- $|AC| = 4 \text{ cm}$
- úhel při vrcholu A = 60°

Náčrt:

- Proved' náčrtek trojúhelníku se zaznačenými známými prvky.

Postup (slovně nebo pomocí zápisu konstrukce):

- Navrhni přesný a efektivní postup konstrukce.
- Diskutuj, proč jsi zvolil právě tento postup.

Konstrukce (pomocí pravítka a kružítka):

- Proved' přesnou konstrukci daného trojúhelníku.
- Přidej do náčrtu i výšku z vrcholu C a těžnici na stranu AB. (volitelné rozšíření)

Diskuse:

- Může být takový trojúhelník sestrojen vždy? Za jakých podmínek?
- Co se stane, když úhel při A bude větší než 90° ?
- Jaké další trojúhelníky lze sestrojit, pokud zůstane $AB = 5$ cm a úhel při A, ale AC se změní?

Digitální konstrukce (GeoGebra):

- Znovu proved' konstrukci v GeoGebře.
- Uprav délku strany AC a sleduj, kdy je konstrukce ještě možná.
- Zaznamenej své poznatky – existují situace, kdy trojúhelník nelze sestrojit? Proč?
- Vlož do konstrukce výšky a těžnice a sleduj jejich změnu při posunu bodu C. (volitelné rozšíření)

Reflexe:

- Co ses díky úloze naučil/a?
- Co ti pomohlo pochopit podmínky konstrukce?
- V čem bys mohl/a svůj postup zlepšit?

Vazba na klíčové kompetence

Název KK Složka KK Kód OVU		Znění OVU	Vzdělávací strategie
KK k řešení problémů		Navrhne plán pro zkoumání a řešení specifického výzkumného problému.	- poskytují příklady výzkumných otázek vyžadujících od žáků pozorování, měření a zkoumání zajišťují, aby - měli žáci přístup k potřebným materiálům a zdrojům pro své bádání - vybízím žáky, aby odůvodňovali zvolené postupy ve vztahu k formulovaným otázkám - vedu žáky k pečlivosti, preciznosti, poctivosti, pravidelnosti měření apod. - poskytují konstruktivní zpětnou vazbu k práci žáků, zdůrazňují silné stránky a nabízím zpětnou vazbu pro možné zlepšení - pravidelně se žákem reflektuji proces bádání, hodnotím jeho postupy a zdůrazňuji význam kritického myšlení v rámci výzkumného procesu
Badatelství			
KRP-BAD-000- ZV9001			

Vazba na základní gramotnosti

Název	ZG	Znění OVU	Komponenty a vzdělávací strategie
Složka	ZG		
Kód ZG			
ZG Logicko - matematická			
Použití matematiky		Systematicky kontroluje správnost řešení matematických postupů.	- Rozpozná matematický problém v reálné situaci. - Ověřuje správnost řešení a interpretuje výsledek v kontextu.
ZGM-POM-000-ZV9- 001			

Metodický komentář pro učitele

- Výběr úhlu a délek umožňuje diskusi o existenci trojúhelníku (kdy může/nemůže existovat).
- Digitální prostředí slouží k experimentování se zadáním a ke zkoumání variant konstrukce.

- Podporujte reflexi a práci s chybou – např. kdy se konstrukce nezdaří a proč.

Pomůcky

- Pravítko, kružítko, úhloměr, papír
- PC/tablet s přístupem ke GeoGebře (web nebo app)
- Projektor/tabule pro demonstraci

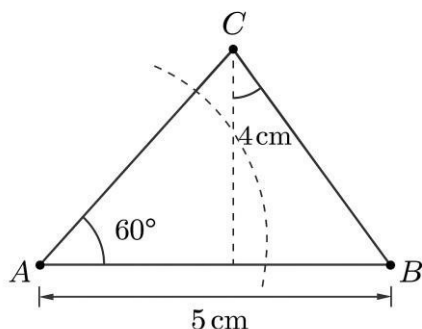
Struktura hodiny

1. Úvod a motivace (5 min) – připomenutí důvodů pro učení konstrukcí.
2. Náčrt a plánování postupu (10 min) – práce ve dvojicích/skupinách.
3. Konstrukce na papíře (10–15 min) – samostatně.
4. Konstrukce v GeoGebře + analýza (15–20 min).
5. Diskuse a zobecnění (5–10 min).
6. Reflexe – zápis, diskuse (5 min).

Ukázka řešení

Náčrt:

(Ruční náčrt trojúhelníku – orientačně naznačit body A, B, C, úhel $\angle BAC : 60^\circ$)



Slovní popis postupu konstrukce:

- Narýsuj úsečku AB o délce 5 cm.
To bude základna trojúhelníku.

- V bodě A sestroj úhel 60° .
Použij úhloměr nebo konstrukci pomocí kružítka (např. pomocí rovnostranného trojúhelníku). • Z bodu A na rameni úhlu vyznač bod C tak, aby $|AC| = 4$ cm.
Přenes délku 4 cm pomocí kružítka a narýsuj oblouk přesně po rameni úhlu.
- Spoj body B a C úsečkou.
Získáš trojúhelník ABC.
- (Volitelné rozšíření)
Narýsuj výšku z bodu C na stranu AB.
Narýsuj těžnici z bodu C na stranu AB.

Konstrukce (ruční):

Diskuse řešení: • Může být takový trojúhelník sestrojen vždy? Za jakých podmínek?

- Ne, trojúhelník s danými prvky ($|AB| = 5$ cm, $|AC| = 4$ cm, $\angle A = 60^\circ$) nemusí být vždy možný.
Konstrukce je možná jen tehdy, když bod C opravdu leží na rameni úhlu 60° , ve vzdálenosti 4 cm od bodu A. Pokud by úhel byl příliš malý nebo strana AC příliš krátká, oblouk by se nemusel protínat s ramenem úhlu.
- Co se stane, když úhel při A bude větší než 90° ?
 - Když bude úhel větší než 90° , může se stát, že oblouk délky 4 cm nezasáhne rameno úhlu, pokud bude příliš otevřené. V takovém případě nebude možné bod C určit – tedy trojúhelník nepůjde narýsovat. Čím větší úhel, tím dál je rameno úhlu, a tím hůř se dosáhne požadovaná vzdálenost $AC = 4$ cm.
- Jaké další trojúhelníky lze sestrojit, pokud zůstane $AB = 5$ cm a úhel při A, ale AC se změní?
 - Když se změní délka AC, dostaneme různé trojúhelníky. Čím je AC delší, tím bude bod C dál od AB a trojúhelník bude vyšší. Když je AC moc krátké, může se stát, že rameno úhlu nebude v dané vzdálenosti dosažitelné, a konstrukce nebude možná. Také se mění velikosti dalších úhlů v trojúhelníku.

Digitální ověření (GeoGebra):

V GeoGebře lze postupovat následovně:

1. Vytvoř bod A
 - Nástroj: Bod → klikni kamkoli do pracovní plochy → označ bod jako A.
2. Sestroj přímku p
 - Nástroj: Přímka → vytvoř vodorovnou přímku pro základnu trojúhelníku (AB).
 - Zvol bod A a nakresli přímku ve vodorovném směru → označ jako p.
3. Sestroj bod B ve vzdálenosti 5 cm od bodu A • Nástroj:

Kružnice se středem a poloměrem.

 - Střed: A, poloměr: 5.
 - Průsečík kružnice a přímky p → označ jako bod B.

4. Sestroj úhel 60° v bodě A • Nástroj:

Úhel daný velikostí.

- Klikni na body B a A (v tomto pořadí), zadej úhel 60° , směr „proti směru hodinových ručiček“ → vznikne paprsek (rameno úhlu).

5. Na rameni úhlu vyznač délku $AC = 4$ cm • Nástroj:

Kružnice se středem a poloměrem.

- Střed: A, poloměr: 4.
- Průsečík této kružnice s ramenem úhlu → označ jako bod C.

6. Spoj body A, B, C úsečkami

- Nástroj: Úsečka mezi dvěma body.

Zdroje

Vlastní tvorba